서울시립대학교 도시과학연구원
도시과학논총 제26권 2000년 12월
The Journal of Urban Sciences
The University of Seoul
Vol. 26, No. 1, December 2000

전단변형을 고려한 비등방성 단순지지 Skew판의 유한 차분 해석

백 한 솔[1] · 손 병 직[1] · 장 석 윤[2]
(1)서울시립대학교 토목공학과 박사과정 · 2)서울시립대학교 토목공학과 정교수)

Finite Difference Analysis of Anisotropic Simply Supported Skew Plates with Shear Deformation

Paik, Han Sol ·Son, Byung Jik · Chang, Suk Yoon

ABSTRACT

In spite of the mathematical difficulties encountered in their analysis, Plates bounded by an oblique parallelogram have been used recently as floor slabs of skew bridges. Generally, those are reinforced by diaphragm in the direction of length and breadth. The presence of a longitudinal or transverse stiffener changes the rigidity of a skewed plate. If the distance between the stiffeners are uniform and parallel, we can consider the skewed stiffened plates to have two different rigidities in the perpendicular directions. So we can consider the bending problem of skewed stiffened plates as skewed an-isotropic plates.

In the most general case the use of an oblique system of coordinates chosen on accordance with the given angle of skew should be recommended. The governing differential equation of skew plates can be obtained conveniently by introducing an oblique coordinate system. To find the analytical solutions of their bending behaviors are very difficult. The inadequacy of analytical methods leads to extensive use of numerical techniques on the analysis of skew plates.

This study analyzed an-isotropic simply supported skew plates with Shear deformation using finite difference methods. In this paper, the effects of skew angle, the effects of material reinforcement direction, on the fundamental deformation are investigated.

Key Words : Skew Plate, An-isotropic, Finite Deference Method, Shear Deformation

I. 서론

경사판은 구조해석상에 난해함에도 불구하고 하천 및 사용 가능 용지의 부족 등의 이유로 경사진 사교의 슬라브 구조에 널리 사용되어 왔다. 일반적으로 이러한 슬라브 구조는 보강재의 위치에 따라 이방성 재료로 구성된 비등방성의 성질을 갖게 된다. 보강재가 등간격으로 배치되어 있다고 가정하면 보강재가 있는 경사판은 비등방성 경사판으로 이상화 할 수 있다. 본 논문에서는 해석의 편의를 위하여 보강재가 경사각에 무관하게 직교좌표계인 X,Y축과 나란하게 배치되어 있는 경우를 해석모델로 정하였다.

비등방성 경사판에 대한 이상화를 위하여 대부분의 경우 주어진 경사각과 일치하는 경사좌표계를 사용하게 된다. 경사좌표계를 사용하면 보다 간편하게 비등방성 경사판에 대한 방정식을 얻을 수 있는 반면 방정식이 복잡해지므로 수치해석 방법을 사용하여 그 해를 구하는 것이 유리하다.

본 논문에서는 사변이 단순지지된 전단변형을 고려한 경사판의 휨 거동을 유한차분법을 사용하여 해석하였다. 특히 경사각의 변화에 따른 단부에서의 휨 모멘트, 처짐의 변화, 보강각의 변화에 따른 단부모멘트의 변화를 중점적으로 연구하였다.

II. 기본 이론

본 연구의 해석모델은 전단변형이 고려된 비등방성 경사판으로서 사변이 단순지지되어 있는 경우이며 변형 전 중립면에 수직인 단면은 변형 후 평면을 유지하지만 수직일 필요는 없다.

2.1 좌표계 및 변위장

그림 2.1은 본 연구에서 사용된 경사좌표계 (ξ,η) 및 변위장을 나타낸 것이다. 일반적으로 사용되는 직교좌표계(X,Y)와 경사좌표계의 관계를 수식으로 표현하면 식 (2.1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x=\xi,\quad y=\sec\Phi\eta-\tan\Phi\xi \qquad (2.1)$$

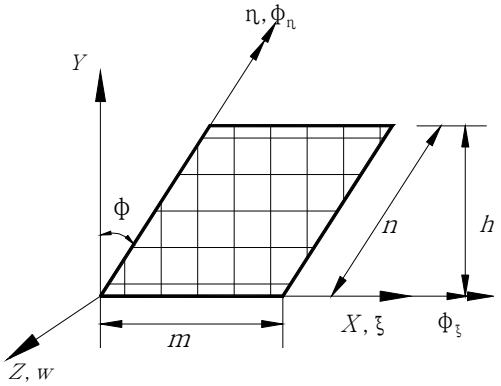

그림 2.1 경사좌표계 및 변위장

여기서 w는 Z방향 처짐, Φ_ξ는 η방향의 처짐각, Φ_η는 ξ방향의 처짐각에 대한 자유도를 의미한다.

2.3 합응력과 변형률의 관계

판에서는 요소에 작용하는 모멘트와 전단력을 두께방향의 적분을 통하여 합응력으로 나타낸다. 이러한 합응력과 변위와의 관계를 식으로 나타내면 식 2.2와 같다.

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial\alpha}{\partial\xi} \\ \frac{1}{C}\left(\frac{\partial\beta}{\partial\eta}-S\frac{\partial\beta}{\partial\xi}\right) \\ \frac{\partial\beta}{\partial\xi}+\frac{1}{C}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\eta}-S\frac{\partial\alpha}{\partial\xi}\right) \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{55} & A_{45} \\ A_{45} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha+\frac{\partial w}{\partial\xi} \\ \beta+\frac{1}{C}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial\eta}-S\frac{\partial\alpha}{\partial\xi}\right) \end{Bmatrix} \qquad (2.2)$$

여기서,

$$A_{ij}=\int_{-h/2}^{h/2} K_iK_j\overline{Q_{ij}}\,dz \quad (i,j=4,5)$$

K_i, K_j : shear correction factors

$$D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \overline{Q_{ij}} z^2 dz \quad (i,j = 1,2,6)$$

$S = \sin\phi$, $C = \cos\phi$

이고 A_{ij}는 면내력 강도를, D_{ij}는 휨 강도를 의미한다.

2.2 평형방정식

그림 2.2는 판의 미소요소에 작용하는 모멘트와 전단력을 나타낸 것이다. 식 (2.3)과 같은 세 개의 평형조건을 이용하면 경사판의 평형방식을 얻을 수 있다.

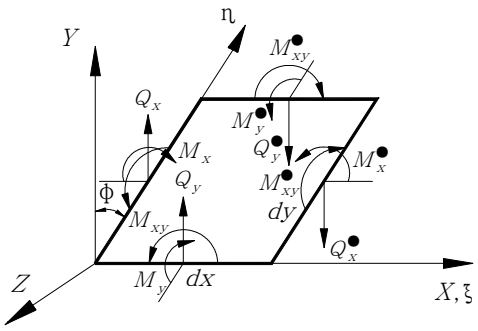

그림 2.3 경사판 미소요소에 작용하는 합응력

여기서 N_x, N_y, N_{xy}는 면내력을, M_x, M_y, M_{xy}는 휨모멘트를, Q_x, Q_y는 전단력을 요소의 두께에 대하여 적분하여 나타나는 합응력이다. ●로 표시된 합응력은 경사판 요소에서 dx, dy만큼 증분된 합응력을 나타낸다.

$$\Sigma M_x = 0, \quad \Sigma M_y = 0, \quad \Sigma P_z = 0 \qquad (2.3)$$

식 (2.3)을 사용하여 얻는 세 개의 평형방정식을 식 (2.1)을 사용하여 경사판의 평형방정식으로 변환하면 식 (2.4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial M_x}{\partial \xi} + \sec\phi\left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial \eta} - \sin\phi\frac{\partial M_{xy}}{\partial \xi}\right) + Q_x = 0$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial \xi} + \sec\phi\left(\frac{\partial M_y}{\partial \eta} - \sin\phi\frac{\partial M_y}{\partial \xi}\right) + Q_y = 0$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial \xi} + \sec\phi\left(\frac{\partial Q_y}{\partial \eta} - \sin\phi\frac{\partial Q_y}{\partial \xi}\right) = -q(x,y) \qquad (2.4)$$

평형방정식인 식 (2.4)에 합응력과 변위의 식인 식 (2.2)를 대입하면 식 (2.5)~(2.7)과 같이 3개의 종속변수를 갖는 연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\left[A_{45}\frac{S}{C} - A_{55}\right]\frac{\partial W}{\partial \xi} - A_{45}\frac{1}{C}\frac{\partial W}{\partial \eta} - A_{55}\alpha - A_{45}\beta + \left[D_{11} - 2D_{16}\frac{S}{C} + D_{66}\frac{S^2}{C^2}\right]\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \xi^2} + \left[2D_{16}\frac{1}{C} - 2D_{66}\frac{S}{C^2}\right]\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \xi \partial \eta} + D_{66}\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \eta^2} + \left[D_{16} - D_{12}\frac{S}{C} - D_{66}\frac{S}{C} + D_{26}\frac{S^2}{C^2}\right]\frac{\partial^2 \beta}{\partial \xi^2} + \left[D_{12}\frac{1}{C} + D_{66}\frac{1}{C} - 2D_{26}\frac{S}{C^2}\right]\frac{\partial^2 \beta}{\partial \xi \partial \eta} + D_{26}\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 \beta}{\partial \eta^2} = 0 \qquad (2.5)$$

$$\left[A_{44}\frac{S}{C} - A_{45}\right]\frac{\partial W}{\partial \xi} - A_{44}\frac{1}{C}\frac{\partial W}{\partial \eta} - A_{45}\alpha - A_{44}\beta + \left[D_{16} - D_{12}\frac{S}{C} - D_{66}\frac{S}{C} + D_{26}\frac{S^2}{C^2}\right]\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \xi^2} + \left[D_{66}\frac{1}{C} - 2D_{26}\frac{S}{C^2}\right]\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \xi \partial \eta} + D_{26}\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \eta^2} + \left[D_{12}\frac{1}{C} + D_{66} - 2D_{26}\frac{S}{C} + D_{22}\frac{S^2}{C^2}\right]\frac{\partial^2 \beta}{\partial \xi^2} + \left[2D_{26}\frac{1}{C} - 2D_{22}\frac{S}{C^2}\right]\frac{\partial^2 \beta}{\partial \xi \partial \eta} + D_{22}\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 \beta}{\partial \eta^2} = 0 \qquad (2.6)$$

$$\left[A_{55} - 2A_{45}\frac{S}{C} + A_{44}\frac{S^2}{C^2}\right]\frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} + \left[2A_{45}\frac{1}{C} - 2A_{44}\frac{S}{C^2}\right]\frac{\partial^2 W}{\partial \xi \partial \eta} + A_{44}\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} + \left[A_{55} - A_{45}\frac{S}{C}\right]\frac{\partial \alpha}{\partial \xi} + A_{45}\frac{1}{C}\frac{\partial \alpha}{\partial \eta} + \left[A_{45} - A_{44}\frac{S}{C}\right]\frac{\partial \beta}{\partial \xi} + A_{44}\frac{1}{C}\frac{\partial \beta}{\partial \eta} = q(x,y) \qquad (2.7)$$

Ⅲ. 수치해석

판에서 경계조건이 복잡하거나 다양한 경우, 하중조건이 복잡하거나 여러 가지일 경우 및 재료의 배치가 등방성 혹은 직교이방성이 아닌 경우에 해석해를 구하기는 거의 불가능하다. 이와

같이 해석해를 구하기가 어렵거나 구할 수 없는 복잡한 구조물을 해석하기 위해서는 수치해석 기법을 적용해야 한다.

본 논문에서는 여러 가지 수치해석 기법 중 유한차분법을 사용하였다. 유한차분법은 해석해를 구하기 어려운 복잡한 기본방정식을 효과적으로 근사화시키는 수치해석기법으로서 수렴성과 결과치의 안정성을 제공한다. 또한 기본방정식을 수학적인 근사방법으로 간편하게 변환하여 정리할 수 있으므로 판이나 쉘과 같은 연립 편미분방정식을 기본방정식으로 갖는 구조체의 해석 시 편리한 수치해석 기법이다.

임의점에서의 차분방정식은 식 (2.5)~(2.7)에 나타낸 기본방정식을 변위에 대한 1계 및 2계 도함수의 차분식을 적용하여 얻을 수 있다. 해석모델의 내부점에서는 이웃하는 점들의 정보를 모두 알고 있으므로 중앙차분법만으로 차분방정식을 구성할 수 있다. 그러나 단순지지에서는 내부점과는 달리 미지의 가상점이 생기므로 이 가상점을 경계조건을 이용하여 내부점으로 치환하도록 한다.

한 점에 대한 차분식이 구성되면 임의의 i선상에서 모든 j점에서의 변위를 나타내는 차분방정식으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$[A]\{X\}_{i-1}+[B]\{X\}_{i}+[C]\{X\}_{i+1}=\{F\}_{i} \quad (3.1)$$

여기서, $[A],[B],[C]$는 임의의 i선상에 서 3개의 종속변수로 표시된 모든 j점의 변위에 대한 처짐방정식의 차분계수를 나타낸 부매트리스를 의미하고, $\{X\}$는 변위벡터, $\{F\}$는 하중벡터를 의미한다. 구조물 전체에 대한 시스템 매트릭스는 식 (3.2)와 같이 모든 i점에 대해 식 (3.1)에 나타낸 부매트릭스를 중첩하여 구성할 수 있다.

$$\{F\}=[K]\{X\} \quad (3.2)$$

여기서, $\{F\}$는 경사판 구조물 전체에 대한 하중벡터이며 식 (3.3)와 같고, $\{X\}$는 경사판 구조물 전체에 대한 변위벡터이며 식 (3.4)과 같으며 그리고 $[K]$는 경사판 구조물 전체에 대한 시스템 매트릭스를 의미하며 식 (3.5)와 같은 형태로 나타난다.

$$\{F\}=\{F_1\ F_2\ F_3\ \cdots\ F_{neq}\}^T \quad (3.3)$$

$$\{X\}=\{X_1\ X_2\ X_3\ \cdots\ X_{neq}\}^T \quad (3.4)$$

여기서 neq는 총 자유도 수를 의미한다.

$$[K]=\begin{bmatrix} [A]_s & [B]_s & [C]_s & & & \\ [A] & [B] & [C] & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & [A] & [B] & [C] \\ & & & [A]_s & [B]_s & [C]_s \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

경계조건을 적용하지 않은 경사판 구조물 전체에 대한 시스템 매트릭스의 크기는 $3MN\times 3MN$이다. 여기서 3은 각 절점의 자유도 수를 나타내고 M,N은 각 방향의 절점 수를 나타낸다. 본 논문의 해석모델은 사변이 단순지지이므로 경계에서는 해당 축에 대한 처짐각의 자유도만이 존재한다. 따라서 전체 시스템 매트릭스의 크기는 $[3(M-2)(N-2)+2(M+N-4)]^2$ 이다. 식 (3.5)에 나타난 $[A]_s,[B]_s,[C]_s$는 단순지지 경계에서 발생하는 부매트릭스를, $[A],[B],[C]$는 내부점에서 발생하는 부매트릭스를 각각 의미하며 각 부매트릭스는 부록에 수록하였다.

변위벡터 $\{X\}$는 식 (3.2)에서 가우스 소거법 등을 이용하여 구할 수 있으며 합응력은 가우스

소거법 등을 이용하여 구한 변위를 합응력-변형률 관계인 식 (2.5)와 변형률-변위 관계식에 대입함으로서 구할 수 있다. 내부점에서는 중앙차분법을 적용하고, 경계점에서는 가상점이 생기므로 전방, 중앙, 후방차분법을 적절히 적용하여 구할 수 있다.

Ⅳ. 결과분석

4.1 해석모델

본 논문에서는 사변이 단순지지 되어있고 임의의 각 ϕ만큼 경사진 경사판에 등분포하중이 재하된 경우를 해석모델로 정하였다. 해석모델에 사용된 재료의 물성은 표 4.1과 같다.

표 4.1 해석모델의 물성치(탄성계수의 단위 *ksi*)

E_1	E_2	G_{23}	G_{13}	G_{12}	ν_{12}
2500	100	50	20	50	0.25

4.2 수치해석의 타당성 검증

수치해석의 타당성을 검증하기 위하여 본 논문의 해석결과와 티모센코의 해석해와 비교검토하였다. 티모센코가 제시한 사변이 단순지지된 경사판의 처짐은 식 (4.1)과 같다.

$$w = \alpha \frac{qa^4}{D} \qquad (4.1)$$

경사각이 30^o인 경우 식 (4.1)의 계수 값은 $E = 2500$, $\nu = 0.2$, $a = 1$, $\alpha = 0.01046$이다.

그림 4.1은 본 논문의 수치해석결과와 티모센코의 해석해를 비교한 것이다. 그림 4.1에 나타난 것과 같이 본 논문의 수치해석 결과는 티모센코의 해석해와 절점분할 45×45에서 99.9 % 일치함을 알 수 있다.

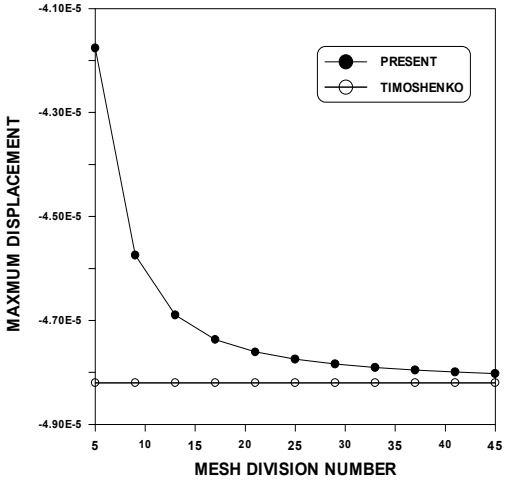

그림 4.1 티모센코의 해석해와의 비교

일반적으로 수치해석은 분할수의 증가에 따라 정확해에 수렴하고 있으나, 분할수가 증가하면 반복적인 수치연산횟수가 증가함으로 이에 따른 절삭에러가 누적되어 오히려 부정확한 결과를 초래할 수 있는 단점이 있다. 따라서 본 논문에서는 98%이상의 정확도를 보이고 있는 21×21의 절점 분할로 결과분석을 수행하였다.

4.3 처짐해석

본 절에서는 경사각의 변화에 따른 경사판의 여러 부분에서의 처짐 변화를 분석하였다. 처짐해석에 사용된 재료의 물성은 표 4.1과 같고 해석모델의 형상은 그림 2.1에서 m = 10, h = 10이고, 하중은 등분포하중 1을 재하 하였다. 경사각의 변화에 따른 처짐변화를 비교하기 위하여 경사각 변화에 상관없이 h값은 10으로 고정하였다. 경사각은 0^o ~ 45^o까지 15^o씩 증가시켜가며 처짐의 변화를 분석하였다. 모든 처짐결과는 식 (4.2)와 같이 무차원화 하였다.

$$W_i = w_i \frac{E_2 t^3}{q m^4} \quad (i = 1,2,3) \qquad (4.2)$$

그림 4.2에서 4.4는 경사각의 변화에 따른 $h/2$ 지점에서 ξ방향의 각 자유도에 대한 처짐 변화를 나타낸 것이다.

그림 4.2와 그림 4.3에서 나타난 것과 같이 경사각이 증가함에 따라 $h/2$선상에서의 수직처짐인 w와 y축에 대한 회전각인 Φ_x는 감소함을 알 수 있다.

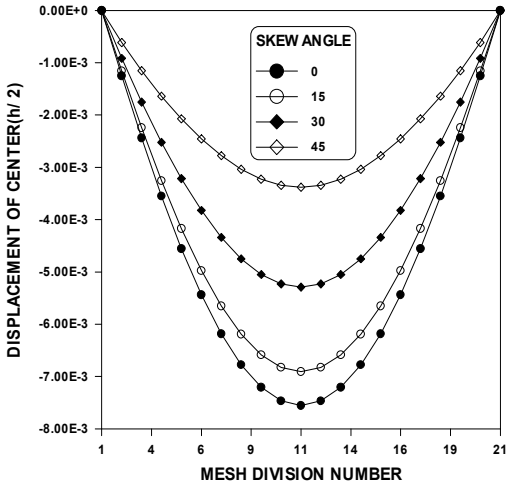

그림 4.2 경사각의 변화에 따른 h/2선상에서의 처짐(w)분포

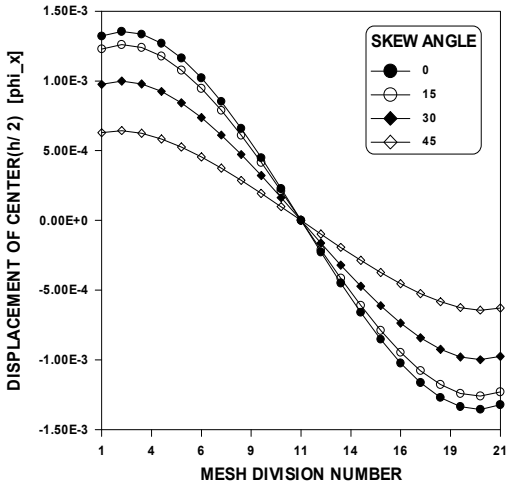

그림 4.3 경사각의 변화에 따른 h/2선상에서의 처짐(Φ_x)분포

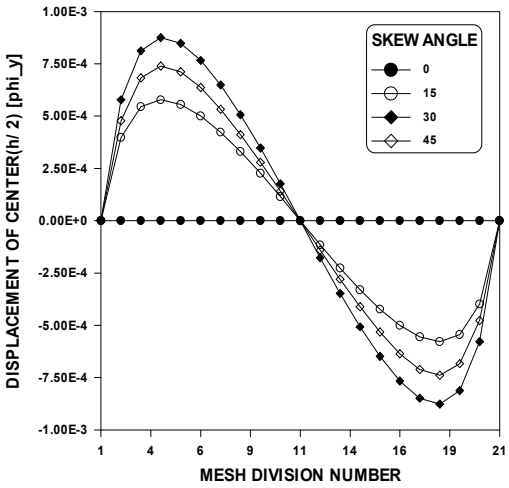

그림 4.4 경사각의 변화에 따른 h/2선상에서의 처짐(Φ_y)분포

그림 4.4에 나타난 x축에 대한 회전각 Φ_y는 경사각이 0^o~30^o까지 증가함에 따라 그 값이 증가하고 45^o에서는 30^o인 경우의 값보다 작은 값이 나타남을 알 수 있었다. 이것은 경사각이 증가함에 따라 w, Φ_x값은 감소하고 경사각에 의해 강성의 주축이 변하게되어 Φ_y값이 증가하기 때문에 발생하는 현상이라고 판단된다. 또한 경사각이 30^o이상에서 Φ_y가 감소하는 현상은 이러한 경우 모서리부분은 심한 예각을 갖는 경사판이 되므로 전체적으로 처짐은 감소하고 모서리부분에 큰 응력을 받는 구조물이 되어 나타나게 되는 현상으로 설명할 수 있다.

그림 4.5는 $\eta = 0$에서 경사각의 변화에 따른 Φ_y값의 분포를 나타낸 것이다. 경사각이 증가함에 따라 예각부인 $\xi = 0$부근에서는 Φ_y값이 감소하게 되고 둔각부인 $\xi = 10$부근에서는 Φ_y값이 점차 증가하는 현상이 나타난다. 그림 4.4와 마찬가지로 경사각이 30^o를 넘어서면 처짐이 크게 감소하게 되고 $\xi = 0$부근에서는 처짐각의 부호가 변하는 현상이 발생한다. 이것은

경사각의 증가로 인하여 예각부의 강성이 커지고 둔각부는 강성이 감소하므로 발생하는 현상으로 판단된다. 30°가 넘는 경사각을 가지는 경사판의 예각부는 하중이 가하여지는 방향과 반대방향으로 처짐각이 발생하게 되므로 이러한 배치는 피하는 것이 합당하다고 판단된다.

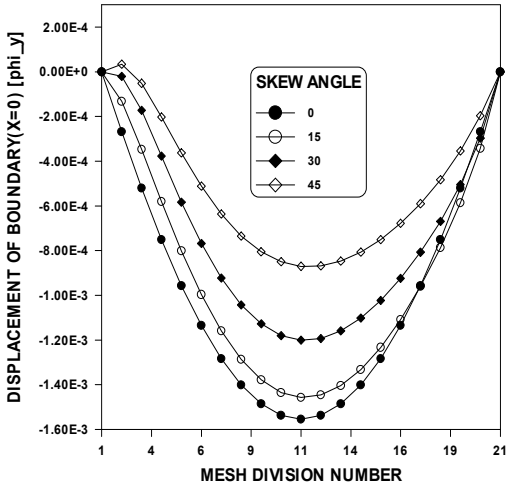

그림 4.5 η = 0인 선상에서
경사각의 변화에 따른 ϕ_y의 분포

4.4 단면력해석

본 절에서는 경사각의 변화에 따른 경사판의 단면력 분포를 해석하고자 한다.

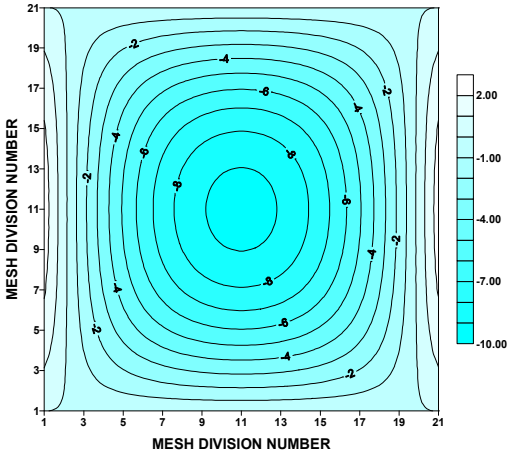

그림 4.6 경사각이 0일 때 절점당
단면력 M_x의 분포도

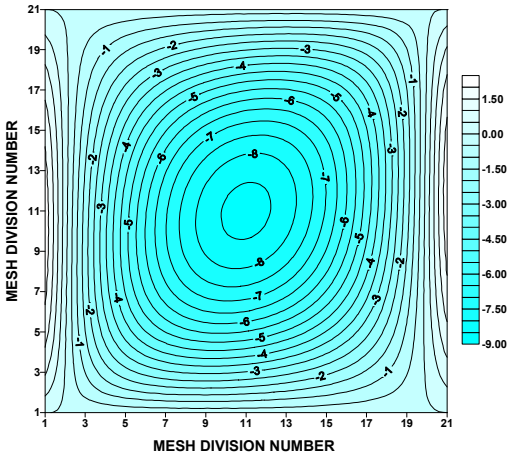

그림 4.7 경사각이 15도일 때 절점당
합응력 M_x의 분포도

경사판은 직사각형판과 비교하여 경사각으로 인하여 발생하는 둔각부와 예각부에 단면력의 변화가 심하므로 이 부분을 중점적으로 분석하기로 한다.

그림 4.6은 경사각이 0°일 때 판에 작용하는 합응력 M_x를, 그림 4.7은 경사각이 15°일 때 판에 작용하는 합응력 M_x를 분할 된 절점당 등고선으로 각각 나타낸 것이다. 그림에서 나타난 바와 같이 경사각 방향으로 합응력 M_x가 기울어져 있음을 알 수 있다.

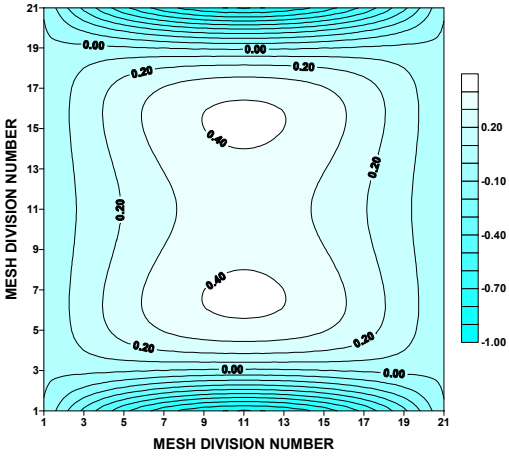

그림 4.8 경사각이 0도일 때 절점당 합응력 M_y의 분포도

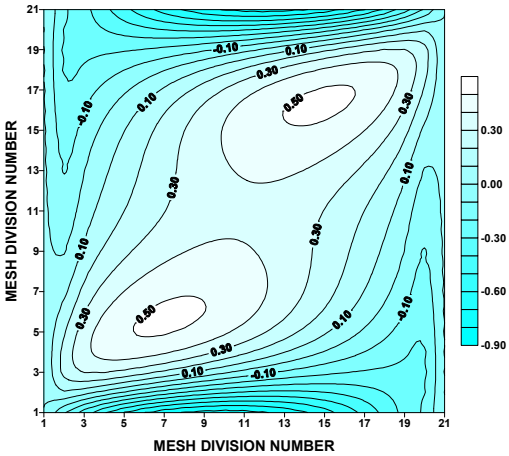

그림 4.9 경사각이 15도일 때 절점당 합응력 M_y의 분포도

그림 4.8과 그림 4.9는 경사각 0^o인 경우와 15^o인 경우에 분할 절점당 합응력 M_y의 분포를 나타낸 것이다. 합응력 M_x에서 나타난 것과 동일하게 경사각 방향으로 합응력 M_y가 분포함을 알 수 있다.

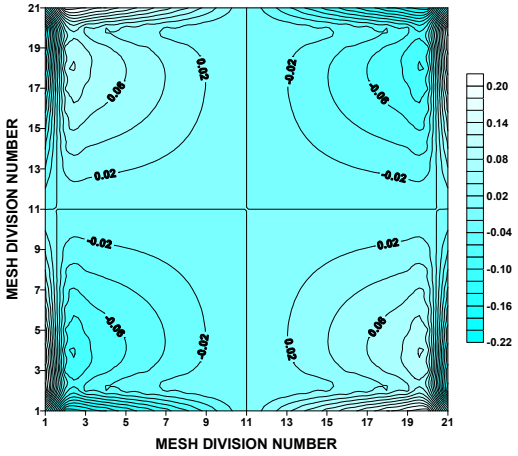

그림 4.10 경사각이 0도일 때 절점당 합응력 M_{xy}의 분포도

그림 4.10과 그림 4.11은 경사각 0^o인 경우와 15^o인 경우에 분할 절점당 합응력 M_{xy}의 분포를 나타낸 것이다. 경사각이 0^o인 경우에 M_{xy}는 판의 중앙선을 중심으로 좌우가 역대칭인 분포가 나타나게 되나 경사각이 15^o인 경우에는 둔각부에 해당하는 부분에 합응력 M_{xy}가 집중됨을 알 수 있다.

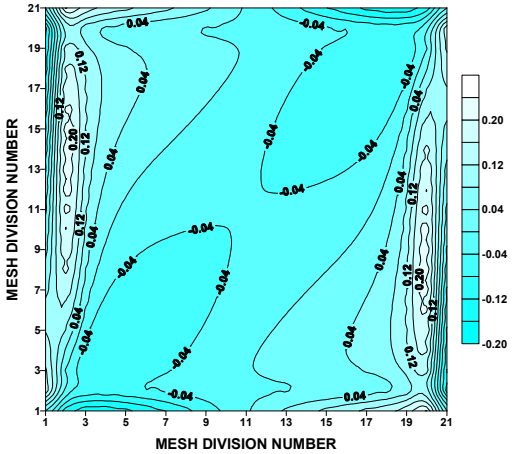

그림 4.11 경사각이 15도일 때 절점당 합응력 M_{xy}의 분포도

그림 4.12는 경사각의 변화에 따라 $\xi = 0$인

경계에서 합응력 M_x의 분포를 나타낸 것이다. 합응력 M_x는 경사각이 10^o부근에서 가장 크게 나타나며 10^o이상일 때 점차 감소하는 현상이 나타남을 알 수 있다.

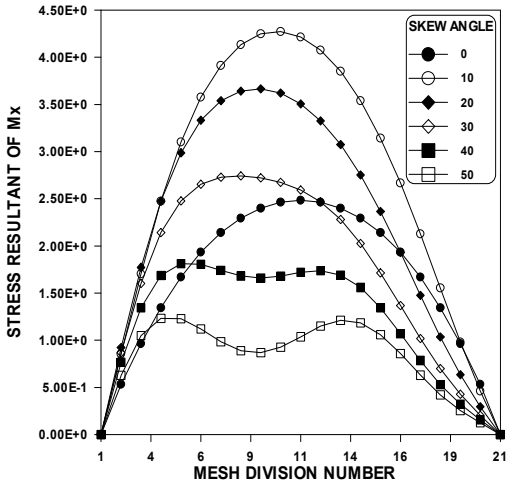

그림 4.12 경사각의 변화에 따른 $\xi = 0$ 선상에서의 합응력 M_x의 분포

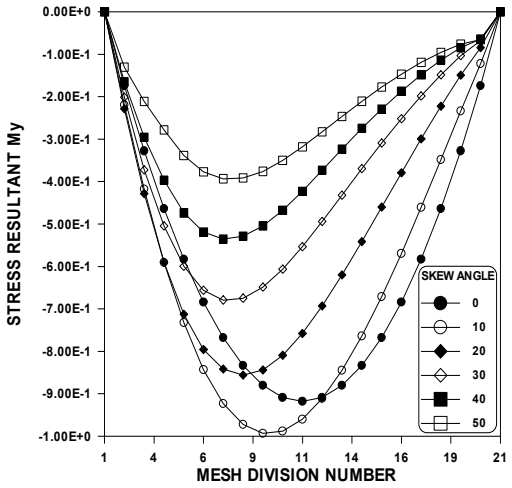

그림 4.13 경사각의 변화에 따른 $\eta = 0$ 선상에서의 합응력 M_y의 분포

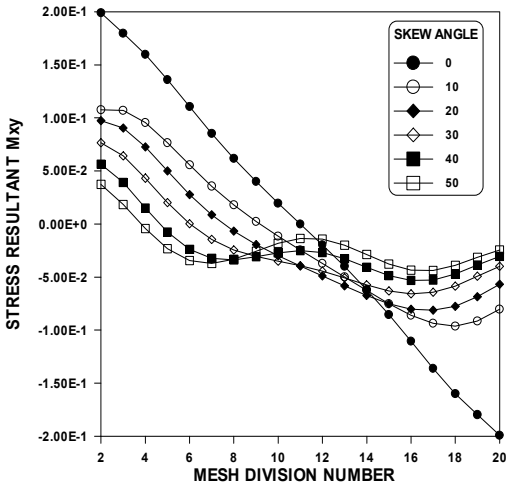

그림 4.14 경사각의 변화에 따른 $\xi = 0$ 선상에서의 합응력 M_{xy}의 분포

그림 4.13은 경사각의 변화에 따라 $\eta = 0$선상에서 합응력 M_y의 변화를 나타낸 것이다. 경사각이 변화함에 따라 합응력 M_y의 분포가 점차 둔각부로 치우쳐 나타남을 알 수 있다.

그림 4.14는 그림 4.12와 같은 조건일 때 합응력 M_{xy}의 분포를 나타낸 것으로 경사각이 없는 경우 합응력 M_{xy}가 가장 크게 나타나고 경사각이 증가함에 따라 점차 작아진다. 또한 합응력의 분포를 살펴보면 경사각의 없는 경우는 중앙점을 중심으로 역대칭의 형태를 나타내고 있느나 보강각이 증가함에 따라 합응력 M_{xy}가 예각부에보다 둔각부에서 크게 나타남을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 사변이 단순지지 되어 있고 전단변형이 고려된 비등방성 경사판의 처짐 및 응력을 경사각의 변화에 따라 다양하게 분석하였다. 경사판의 방정식은 경사좌표계를 이용하여 유도하였으며 수치해석방법으로는 유한차분법을 사용하였다.

경사판의 처짐은 처짐각이 증가함에 따라 중앙부에서의 수직방향 처짐 w와 η축에 대한 처짐각인 ϕ_x는 점차 감소하였고 ξ축에 대한 처짐각인 ϕ_y는 경사각 10^o~20^o부근에서 가장 크게 나타남을 알 수 있었다.

경사판의 합응력은 경사각으로 인하여 발생하는 판 내부의 둔각부에서 큰 값을 갖게 됨을 알 수 있었다.

따라서 경사판을 구조물에 적용하고자 할 때는 일반 직사각형에서 나타나는 현상을 그대로 적용할 수 없으며 반드시 정밀해석을 통하여 안전성이 검토되어야 한다고 판단된다. 특히 경사판의 둔각부는 예각부에 비하여 보다 큰 응력이 발생하므로 강성이 큰 재료를 배치함이 합당하다고 판단된다.

감사의 글

본 논문은 1999년 서울시립대학교 학술연구비 지원으로 수행된 연구결과이며 이에 깊은 감사를 드립니다.

<참 고 문 헌>

1. 장석윤, 이원홍, 백한솔, “Buckling of Skewed Stiffend Plates” (5th Korea-Japan Joint Seminar on Steel Bridges, 1999)
2. 장석윤, 지효선, 한성천, “비등방성 보강판의 해석”, (한국강구조학회 논문집 제7권2호 (pp225~235, 1994)
3. 장석윤, 임성순, 정진오, “전단변형을 고려한 역대칭 적층판의 해석”, (한국강구조학회 학술발표대회 논문집(pp1~13), 1993)
4. Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger , Theory of Plates and Shells,(Mcgraw-Hill, 1961, pp364-425)
5. Szilard, R, Theory and Analysis of Plates, (Prentice-hall, inc.. 1974.)
6. J. N. Reddy, Mechanics of Laminates Com -posite Plates, (CRC Press, 1997)
7. Robert M. Jones, Mechanics of Composite Materials, (McGraw-Hill, 1975)
8. Wiiliam H., Saul A., "Numerical Recipes in Fortran," (Cambridge University Press, 1992.)

부 록

식 3.5에 사용된 부 매트릭스의 항들 중 내부점의 부 매트릭스를 의미하는 $[A], [B], [C]$ 매트릭스를 수록하였다.

$$[A] = \begin{bmatrix} \{A\}_{11} & \{A\}_{12} & \{A\}_{13} \\ \{A\}_{21} & \{A\}_{22} & \{A\}_{23} \\ \{A\}_{31} & \{A\}_{32} & \{A\}_{33} \end{bmatrix}$$

$\{A\}_{11} = \{0 \;\; -a_{02} \;\; 0\}$ $\{A\}_{12} = \{-a_{06} \;\; a_{07} \;\; a_{06}\}$

$\{A\}_{13} = \{-a_{09} \;\; a_{10} \;\; a_{09}\}$ $\{A\}_{21} = \{0 \;\; -b_{02} \;\; 0\}$

$\{A\}_{22} = \{-b_{06} \;\; b_{07} \;\; b_{06}\}$ $\{A\}_{23} = \{-b_{09} \;\; b_{10} \;\; b_{09}\}$

$\{A\}_{31} = \{-c_{02} \;\; c_{03} \;\; c_{02}\}$ $\{A\}_{32} = \{0 \;\; c_{05} \;\; 0\}$

$\{A\}_{33} = \{0 \;\; c_7 \;\; 0\}$

$$[B] = \begin{bmatrix} \{B\}_{11} & \{B\}_{12} & \{B\}_{13} \\ \{B\}_{21} & \{B\}_{22} & \{B\}_{23} \\ \{B\}_{31} & \{B\}_{32} & \{B\}_{33} \end{bmatrix}$$

$\{B\}_{11} = \{-a_{01} \;\; 0 \;\; a_{01}\}$ $\{B\}_{12} = \{a_{05} \;\; a_{11} \;\; a_{05}\}$

$\{B\}_{13} = \{a_{08} \;\; a_{12} \;\; a_{08}\}$ $\{B\}_{21} = \{-b_{01} \;\; 0 \;\; b_{01}\}$

$\{B\}_{22} = \{b_{05} \;\; b_{11} \;\; b_{05}\}$ $\{B\}_{23} = \{b_{08} \;\; b_{12} \;\; b_{08}\}$

$\{B\}_{31} = \{c_{01} \;\; c_{08} \;\; c_{01}\}$ $\{B\}_{32} = \{-c_{04} \;\; 0 \;\; c_{04}\}$

$\{B\}_{33} = \{-c_{06} \;\; 0 \;\; c_{06}\}$

$$[C]=\begin{bmatrix}\{C\}_{11} & \{C\}_{12} & \{C\}_{13}\\ \{C\}_{21} & \{C\}_{22} & \{C\}_{23}\\ \{C\}_{31} & \{C\}_{32} & \{C\}_{33}\end{bmatrix}$$

$\{C\}_{11}=\{0 \;\; a_{02} \;\; 0\}$ $\{C\}_{12}=\{a_{06} \;\; a_{07} \;\; -a_{06}\}$

$\{C\}_{13}=\{a_{09} \;\; a_{10} \;\; -a_{09}\}$ $\{C\}_{21}=\{0 \;\; b_{02} \;\; 0\}$

$\{C\}_{22}=\{b_{06} \;\; b_{07} \;\; -b_{06}\}$ $\{C\}_{23}=\{b_{09} \;\; b_{10} \;\; -b_{09}\}$

$\{C\}_{31}=\{c_{02} \;\; c_{03} \;\; -c_{02}\}$ $\{C\}_{32}=\{0 \;\; -c_{05} \;\; 0\}$

$\{C\}_{33}=\{0 \;\; -c_{7} \;\; 0\}$

여기서 a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}는 식 (2.5)~(2.7)의 각 미분항에 대한 계수에 차분식에 나타나는 상수를 곱하여 순서에 맞게 번호로 지정한 것이고 여러 개의 항이 겹치는 $[B]_{12}, [B_{22}], [B_{32}]$항에 나타나는 $a_{11}, a_{12}, b_{11}, b_{12}, c_8$항은 다음과 같다.

$$a_{11}=-a_{03}+-2a_{05}-2a_{07}$$

$$a_{12}=-a_{04}+-2a_{08}-2a_{10}$$

$$b_{11}=-b_{03}+-2b_{05}-2b_{07}$$

$$b_{12}=-b_{04}+-2b_{08}-2b_{10}$$

$$c_8=-2c_{01}-2c_{03}$$