

서울시립대학교 도시과학연구원
도시과학논총 제29권 2003년 12월
The Journal of Urban Sciences
The University of Seoul
Vol. 29, No.1, December 2003

철근콘크리트 구조해석을 위한 복합적층이론의 적용방안

장 석 윤 · 천 경 식

(서울시립대학교 토목공학과)

Application of Laminated Composite Theory for the Analysis of Reinforced Concrete Structures

Chang, Suk Yoon · Chun, Kyoung Sik

ABSTRACT

In this study, the approximated solution by composite laminated theory which is using the general structural analysis program that is based finite element method is compared and analyzed to the result of the reinforced concrete theory. This could show that the composite laminated theory is applicable to the reinforced concrete. The composite laminated theory is used in analyzing the reinforced concrete beam and slab in order to prove the appropriateness of this approximated solution. And this can simply apply to the analysis of the reinforced concrete structure in practical business in simplifying the model. So, this paper intends that propose proper composite laminated models and basic data. The analysis model is a rectangular beam with single reinforcement and a suitable composite laminated model. Also, the model that shows difference less than 1% is chosen when it is compared to the solution by model with RC theory.

The composite laminated model of reinforced concrete slab shows difference less than 2% when that is compared to beam and RC theory applied simply in practical business. Therefore the correctness and utility of analysis method used in this study can be proved.

Key Words : Reinforced Concrete, Laminated Composite, Static Behavior, Stresses, RC-Beam, RC-Slab

1. 서 론

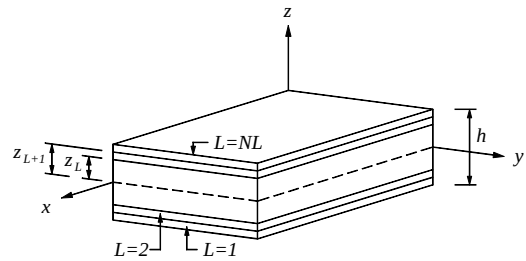
철근콘크리트 구조가 개발된 것은 140년 정도밖에 되지 않으나, 철근콘크리트가 갖는 경제성, 시공성, 내구성, 조형성 등의 장점으로 구조재료로서의 적합성이 인정되어 교량, 항만 및 해양구조물, 지하구조물 등에 널리 사용되고 있다. 철근과 콘크리트, 두 재료의 결합은 각각의 많은 이점을 공유하게 된다. 즉, 콘크리트는 상대적으로 낮은 가격, 내후성과 내화성, 높은 압축강도, 뛰어난 형상가변성을 가지며, 철근은 높은 인장강도, 우수한 연성과 인성을 갖는다. 이러한 구조물의 부재는 축력, 휨, 전단, 비틀림 또는 이들의 조합된 힘을 받을 수 있다⁽¹⁾. 철근콘크리트의 구조와 재료의 장점을 살려 안전하고 경제적이며, 사용성이 좋은 구조체를 설계하기 위해서는 이 구조의 재료적인 특성과 하중에 대한 구조거동을 이해하여야 한다.

철근 콘크리트 구조는 서로 다른 특성을 갖는 재료를 결합시켜 전체적인 강성을 효과적으로 발휘하도록 제작되었다는 점에서 복합적층 구조로 볼 수 있다. 본 연구에서는 철근콘크리트 구조물 중 보(Beam)와 슬래브(Slab)를 해석대상으로 설정하고, 복합적층이론을 적용하여 대상 구조물의 모델링을 용이하게 하고, 철근콘크리트의 적층모델을 설정하기 위한 몇가지 기본가정과 함께 유한요소 모델을 제시하고자 한다. 또한 콘크리트에 발생하는 인장응력이 휨-인장강도보다 작은 즉, 인장균열이 발생하지 않는 한도내에서 복합적층이론을 응용하여 철근콘크리트의 정적거동을 위한 적용가능성을 확인하고자 한다.

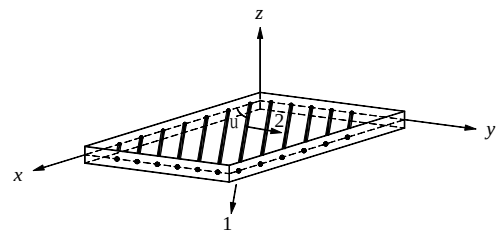
본 연구에서는 철근콘크리트와 복합적층이론 및 근사식을 전개하고, 이를 바탕으로 철근콘크리트를 복합적층이론에 적용하기 위하여 콘크리트를 등방성, 철근과 콘크리트가 부착되어 있는 부분은 직교이방성을 갖는 층으로 이상화하였다.

2. 복합적층 이론

2개 이상의 층으로 이루어진 적층구조체의 각각의 층은 일체 거동을 하며 완전히 접착되어 있는 것으로 가정한다. 그림 1에서 (a)는 각 적층요소가 결합되어 이루어진 기하학적 형태를 나타낸 것이고, (b)는 적층구조물에서 임의 층에서의 구조축과 재료축을 나타낸 것이다. 여기서, x 와 y 축은 구조축, 1과 2축은 재료축으로 정의하며, θ 는 구조축과 재료축이 이루는 각도를 의미한다.



(a) 적층요소의 기하학적 형상



(b) 임의의 보강된 층에서의 구조축과 재료축

그림 1. 화이버가 보강된 적층모델

복합적층 구조물의 일반적인 응력해석을 위해서는 구조축과 재료축이 이루는 θ 가 0° 이 아닌 다른 값을 가질 경우 구조축

x, y 축에 대한 강성도를 구해야 한다. 즉, 구조축에 대한 응력-변형률 관계는 재료축에 대한 응력-변형률 관계와 좌표변환을 통해 나타낼 수 있다. 응력의 좌표변환은 힘의 평형이론으로부터 유도되며, 변형률의 좌표변환은 기하학적 원리로부터 유도될 수 있다. 좌표변환 행렬은 참고문헌⁽²⁾에 자세히 수록되어 있으며, 구조축에 대한 응력-변형률 관계식은 식 (1)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서, $\bar{Q}_{ij}$ 는 구조축에 대한 재료강도를 나타낸다. 단일층 일방향 복합재료의 강성도를 토대로 복합적층 구조의 정역학적 해석이론을 전개할 수 있으며, 이에 기본적인 변위장, 변형률-변위 관계는 참고문헌^{(3),(4),(5)}에 자세히 수록되어 있다.

각각 평판의 미소요소에 작용하는 면내력, 모멘트를 다음과 같이 평면내 하중벡터간의 관계식으로 나타낼 수 있다. N_i 은 면내력을, M_i 은 모멘트를, Q_i 는 전단력을 의미한다. 즉, 임의 단면에 작용하는 내력은 임의의 층에 작용하는 응력을 두께에 대하여 적분함으로써 구한다.

$$\begin{Bmatrix} P_i \\ Q_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{ij} & 0 \\ 0 & \bar{A}_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \gamma \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} P_i &= [N_x \quad N_y \quad N_{xy} \quad M_x \quad M_y \quad M_{xy}]^T \\ Q_i &= [Q_y \quad Q_x]^T \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} E_{ij} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \\ \bar{A}_{ij} &= \begin{bmatrix} \bar{A}_{44} & \bar{A}_{45} \\ \bar{A}_{45} & \bar{A}_{55} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)}(1, z, z^2) dz$$

$$(\bar{A}_{ij}) = k \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)} dz \quad (5)$$

식 (2)에서 A_{ij} 는 면내력 강성(Extensional stiffness), D_{ij} 는 휨강성(Bending stiffness), B_{ij} 는 휨-면내력 연계강성(Coupling stiffness)을 의미하며, x, y 평면에서 각각 작용하중에 의한 변형의 발생정도 즉, 면내변형, 휨변형, 휨과 비틀림변형, 전단변형의 정도를 말해주는 척도이다. k 는 전단보정계수로 5/6로 설정한다.

3. 유한요소 모델

철근 콘크리트는 서로 다른 특성을 갖는 재료를 결합시켜 전체적인 강성을 효과적으로 발휘하도록 제작되어 그 해석방법과 설계원리가 단일재료로 된 구조물과는 많이 다르다. 본 연구에서는 구조해석에 쉽고 효과적인 수단을 제공하는 유한요소법을 이용하여 복합적층이론을 근거로 여러 형태의 모델을 선정하였다.

3.1 설계조건

콘크리트 구조물의 설계 및 해석에 있어서나 구조물의 처짐 제어에 있어서 가장 중

요한 재료적 변수는 탄성계수이므로 이에 대한 검토가 무엇보다도 중요하다. 콘크리트구조 설계기준⁽⁶⁾과 도로교 표준시방서(콘크리트교 2.2.1)^{(7),(8)}에서는 콘크리트의 탄성계수를 단위중량 또는 압축강도로 표현하며, 콘크리트의 압축강도에 의해 탄성계수가 결정된다. 철근의 프아송비와 탄성계수는 0.3과 2,040,000 kg/cm²이다.

표 1. 재료 특성치 (kg/cm²)

콘크리트	설계기준강도 f_{ck}	280
	휨인장강도 f_{cb}	33
	탄성계수 E_c	250,000
철근	항복강도 f_y	4,200
	탄성계수 E_s	2,040,000
탄성계수비 n		8

3.2 하중조건

근사해법에 의한 분석결과와 구조해석 프로그램의 결과를 비교, 분석하기 위해서 순수 휨만 받는 경우에 한하여 인장측에만 철근을 배치한 단철근 직사각형 보의 거동을 수식화하여 규명해야 한다. 그러므로 순수 휨 구간이 발생할 수 있도록 대상모델에 가하여진 하중은 총지간의 $L/4$ 지점과 $3L/4$ 지점에 임의의 집중하중 P 를 재하시켰다. 하중이 재하되면 하중이 가하여지는 점 사이에서는 그림 2와 같이 순수 휨만 작용하게 되고, 하중이 가하여지는 점과 지점 사이에는 전단력이 일정하게 되어 휨과 전단에 의한 응력변화를 보다 세밀하게 검토할 수 있다. 추가적으로 복합적층이론에 의한 철근콘크리트의 정적해석시 등분포하중까지 함께 고려하였다.

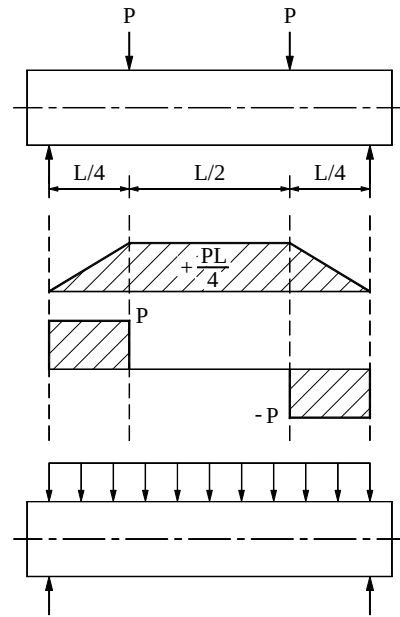


그림 2. 하중조건

작성한 프로그램의 철근콘크리트 단면을 가진 보의 해석에 대한 신뢰성을 확보하기 위해서 해석결과와 철근콘크리트 기본이론을 비교하고, 또한 복합적층이론을 적용하여 전체적인 정적거동을 분석하고자 다음과 같은 모델을 설정하였다. 본 연구에서 자중은 고려하지 않으며 단면의 제원은 표 3과 그림 3에 나타내었다.

표 3. 단면 제원표 (cm)

폭 b	높이 h	유효높이 d	단면적 A_s
30	60	54	15.20

중립축의 위치 x 와 단면 2차 모멘트 I 는 허용설계법에 의해 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x = \frac{bh \times \frac{h}{2} + (n-1)A_s \times d}{bh + (n-1)A_s} = 31.3 \text{ cm}$$

$$I = \frac{bh^3}{12} + bh\left(x - \frac{h}{2}\right)^2 + (n-1)A_s(d-x)^2$$

$$= 597,000 \text{ cm}^4$$

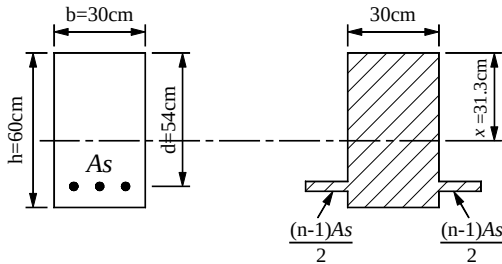


그림 3. 해석모델의 단면

실제 철근콘크리트의 정적거동을 해석하는데 영향을 미칠 수 있는 요인으로는 구조물의 경계조건, 재료의 성질, 하중분배 등으로 판단되며, 이러한 요인들의 영향을 비교적 근사적으로 구현하는 방법으로서 유한요소법에 따른 해석모델의 구현이다. 즉, 유한요소모델로 복합적층이론을 적용하여 철근콘크리트 구조를 복합적층보 또는 판으로 모델을 설정하며, 이는 결과분석을 통해 복합적층이론을 적용하기 위한 적절한 모델을 파악한다.

4. 결과분석

x 축 단면을 따라 콘크리트는 Plane Stress 요소, 철근은 Bar요소로 모델링을 하여 해석한다. 그 결과를 단순지지된 슬래브의 보 이론에 의한 방법과 비교하였다. 두 가지 방법에 의한 철근콘크리트 슬래브의 해석결과는 본 연구에서 제안하고자 하는 복합적층이론을 적용한 철근콘크리트 슬래브의 정적 거동과 비교, 분석함으로서 방법의 타당함과 실용적임을 입증하고자 한다.

철근콘크리트 보에 복합적층이론을 적용하여 적층보로 모델링하여 해석하였고, RC 이론에 의한 결과와 비교하였다. 적층보로 모델링을 수행하고자 중립축을 기준으로 상부의 콘크리트는 등방성 재료로, 하부의 철근과 콘크리트는 직교이방성 재료로 설정하였고, 그 적용범위를 변화시키면서 각각의 모델링을 표 4에 나타낸 그림과 같이 구현하였다. 순수휨에 대한 거동을 보고자 그림 2와 같이 2절점 집중하중을 재하시켜 해석을 수행하였다. 이 때 보의 전체길이와 재

표 4. 직교이방성 적용범위에 따른 해석모델

LC-A	LC-B	LC-C	LC-D
$E_{11} = 6.07 \times 10^5$ $E_{22} = 3.03 \times 10^5$ $G_{12} = 1.28 \times 10^5$ $\mu_{12} = 0.204$	$E_{11} = 2.82 \times 10^5$ $E_{22} = 2.54 \times 10^5$ $G_{12} = 1.08 \times 10^5$ $\mu_{12} = 0.182$	$E_{11} = 3.26 \times 10^5$ $E_{22} = 2.60 \times 10^5$ $G_{12} = 1.10 \times 10^5$ $\mu_{12} = 0.185$	$E_{11} = 3.75 \times 10^5$ $E_{22} = 2.66 \times 10^5$ $G_{12} = 1.33 \times 10^5$ $\mu_{12} = 0.188$

표 5. 복합적층이론과 RC이론에 의한 수직처짐비교

구분		RC	LC-A	LC-B	LC-C	LC-D
집중하중 P	변위	0.149563	0.151021	0.157586	0.150431	0.147511
	차이	-	0.96%	5.36%	0.58%	1.37%
등분포하중 q	변위	0.140496	0.141829	0.147948	0.141243	0.138493
	차이	-	0.94%	5.04%	0.53%	1.43%

하된 집중하중은 $L = 600\text{ cm}$, $P = 3.5\text{ ton}$ 이다. 철근과 콘크리트로 이루어진 부분을 하나의 직교이방성을 갖는 층으로 볼 수 있으며, 두 재료를 조합하여 종방향과 횡방향에 대한 재료 물성치를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$G_s = \frac{E_s}{2(1 + \mu_s)}, G_c = \frac{E_c}{2(1 + \mu_c)}$$

$$E_1 = E_s V_s + E_c V_c, \mu_{12} = \mu_c V_c + \mu_s V_s$$

$$E_2 = \frac{E_c E_s}{E_s V_c + E_c V_s}, G_{12} = \frac{G_s G_c}{G_s V_c + G_c V_s}$$

여기서, E, G, μ 는 각각 탄성계수, 전단 탄성계수, 프아송비율, V 는 체적을 말한다. 아래첨자 s 는 철근을, c 는 콘크리트를 의미한다. 철근과 콘크리트의 물성치와 체적에 의해 각각 모델별 종방향(1축) 탄성계수 E_1 과 횡방향(2축) 탄성계수 E_2 , 프아송비 μ_{12} , 전단탄성계수 G_{12} 를 구할 수 있다. 해석모델은 직교이방성층의 적용범위에 따라 4가지로 설정하였다. LC-A는 철근의 공칭지름을 직교이방성층의 두께 $t_c = D$ 로 설정한 모델이고, LC-B는 휨거동시 인장을 받는 중립축 하부를 전부 직교이방성층으로 고려한 것으로 직교이방성층은 두께 $t_c = h - x$ 을 갖는다. LC-C는 콘크리트 하부에서 철근을 보호하기 위한 피복두께만큼을 더 고려하여

두께 $t_c = 2(h - d)$ 를 갖는 직교이방성층으로, 마지막으로 LC-D는 콘크리트 하부에서 철근까지의 높이를 직교이방성층으로 고려한 것으로, 층의 두께 $t_c = h - (d - D/2)$ 로 설정하였다. 여기서, D 는 철근의 공칭지름이다. RC는 철근콘크리트로 모델링하여 해석한 결과이다.

표 5는 4가지 복합적층 모델과 RC이론에 의한 수직처짐 결과를 비교하여 나타낸 것이다. 차이(Diff)는 다음과 같이 계산하여 백분율로 표시하였다.

$$Diff(\%) = 100 - 100 \times \frac{\min(LC, RC)}{\max(LC, RC)}$$

집중하중 $P = 3500\text{ kg}$ 을 받는 경우 모델 LC-A와 LC-C의 해석결과는 모델 RC의 결과와 비교하여 1% 미만의 거동차이를 보인 반면, LC-B와 LC-D는 각각 5.36%와 1.37%의 차이를 나타내었다. LC-A,C와 LC-B,D의 차이는 직교이방성으로 고려한 층에서 철근의 위치와 관련이 있는 것으로 사료된다.

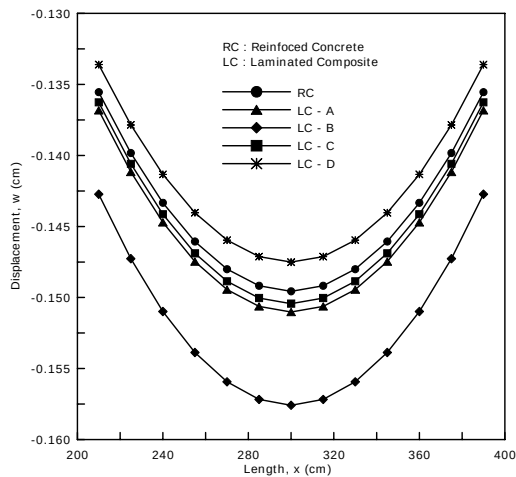


그림 4. 집중하중 재하시 RC, LC모델의 처짐분포

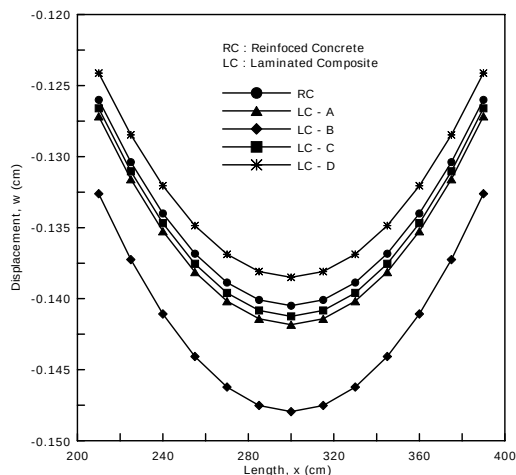


그림 5. 등분포하중 재하시 RC, LC모델의 처짐분포

즉, 철근이 그 층의 중앙에 위치할 경우 lamina의 혼합법칙에 의해 구한 직교이방성 재료 물성치가 철근과 콘크리트 구조층을 가장 잘 구현하고 있어 전체적인 거동을 정확히 파악할 수 있는 것이다.

등분포하중 $q = 12 \text{ kg/cm}$ 을 받는 경우 집중하중의 경우와 마찬가지로 LC-A와 LC-C는 RC와 비교하여 1% 미만의 차이를 나타내고 있다. 그림 4와 5는 각각 집중하중과 등분포하중에 의한 거동을 축에 따라 나타낸 것으로 최대처짐이 발생하는 중앙부위인 200cm와 400cm 사이의 처짐을 그래프로 도식화하였다. 이러한 특성을 고려하여 다

음은 복합적층이론을 적용한 철근콘크리트 슬래브(slab)의 정적거동을 상세히 고찰하고자 한다.

그림 6과 같이 해석모델은 복철근을 갖는 슬래브 교량으로, 철근배근은 중립축을 기준으로 대칭구조로 설정하였다. 경계조건은 마주보는 두변이 자유이고, 다른 두변이 단순지지된 경우로 설정하여 단순지지된 슬래브의 보 이론에 의한 해석방법과 비교·분석하였다. 이 때 사용한 철근, 콘크리트 물성값 및 철근의 배근조건은 다음과 같다.

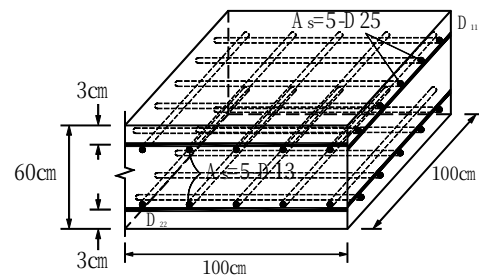


그림 6. 철근콘크리트 슬래브 모델

종방향 철근 : $D25-20 \text{ cm}$ 간격배치

횡방향 철근 : $D13-20 \text{ cm}$ 간격배치

중립축을 기준으로 상하로 대칭인 철근콘크리트 슬래브에 복합적층이론을 적용하여 정적거동을 분석하고자 철근덮개와 종방향 철근, 횡방향 철근 등을 하나의 층(layer)으로 간주하여 각각의 물성치를 합성하여 전체 강성행렬을 계산하였다. 철근과 콘크리트로 이루어진 층은 표 4의 LC-A모델에 의해 설정하고, 복합적층이론에 의한 전체 휨강성은 다음과 같다.

표 6. 복합적층이론과 RC이론에 의한 거동비교

거리	처짐 (m)			모멘트 (kg·m)		
	BT	RC	LC	BT	RC	LC
1 m	0.007752	0.007847	0.007923	450.00	444.56	443.87
3 m	0.020079	0.020266	0.020526	1050.00	1040.34	1034.25
5 m	0.024693	0.024913	0.025245	1250.00	1240.00	1230.74
7 m	0.020079	0.020266	0.020526	1050.00	1040.34	1034.25
9 m	0.007752	0.007847	0.007923	450.00	444.56	443.87

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 52.73011 & 8.668625 & 0 \\ 8.668625 & 48.55558 & 0 \\ 0 & 0 & 19.47336 \end{bmatrix} \times 10^8$$

그림 7과 8은 BT와 LC 그리고 RC에 의한 처짐과 모멘트의 x 축 분포를 비교하여 나타낸 것이다. 여기서, BT는 고전적 보 이론, LC는 복합적층판 이론에 의한 모델이며, RC는 철근콘크리트 슬래브를 보로 단순화한 모델이다. 복합적층이론을 적용한 철근콘크리트 슬래브 모델의 처짐이 대체적으로 크게 발생하였으며, BT이론과 비교하여 최대 2.19%, RC이론과 비교하여 최대 1.32%의 차이를 보이고 있다. 모멘트 M_x 에서는 다른 이론과 비교하여 작게 발생하였으나, 처짐에 비해 그 정확도가 더 높다. 즉, BT이론과는 1.54%, RC이론과는 0.74%의 거동차이를 보여 매우 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 있었다.

철근콘크리트 슬래브를 복합적층이론에 의한 직교이방성판으로 모델링하여 해석한 결과 높은 정확도를 보였으며, 이를 통해 복합적층이론은 철근콘크리트 보와 함께 철

근콘크리트 슬래브에도 그 적용가능성이 충분하다고 사료된다.

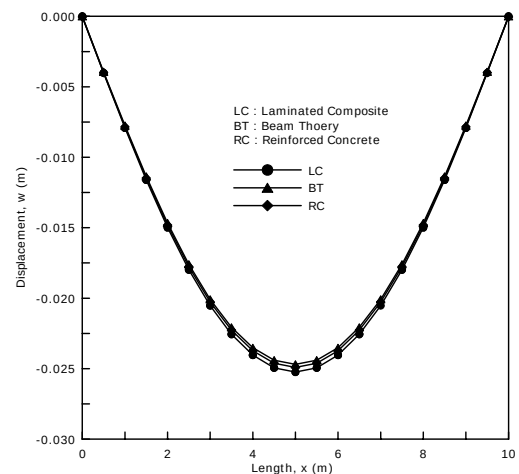


그림 7. RC, BT 및 LC모델의 처짐분포

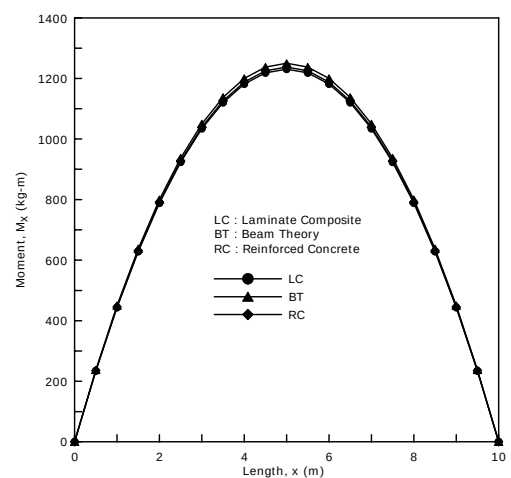


그림 8. RC, BT 및 LC모델의 모멘트분포

5. 결론

본 연구에서는 철근콘크리트 보와 슬래브 교량을 해석하는데 있어서 복합적층이론을 적용하여 그 해석방법의 타당성을 입증하였고, 이는 철근콘크리트 구조물의 정적거동을 분석하는데 있어서 복합적층이론으로 모델을 단순화하여 실무에서 간편하게 적용할 수 있도록 하였다.

집중하중과 등분포하중을 받는 단철근 직사각형 보를 해석하는데 있어서 적절한 적층단면모델을 제시하였고, 그 결과 RC이론과 비교하여 1% 미만의 거동차이를 보여 매우 신뢰할 수 있는 결론을 도출하였다. 이를 근거로 제시된 철근콘크리트 슬래브의 복합적층모델은 실무에서 간편하게 적용되는 보이론과 비교하여 대략 2%미만, RC이론과 비교하여 1%미만의 차이로 본 연구에서 제시하고 있는 해석방법에 대한 정확성 및 실용성을 입증할 수 있었다.

본 논문에서 제시한 철근콘크리트의 복합적층모델의 결과들은 철근콘크리트의 정적거동특성을 규명하는데 있어서 큰 도움이 될 것으로 기대된다. 차후 연구과제는 철근콘크리트 슬래브의 편심축하중 재하로 인한 휨과 압축, 그리고 전단에 의해 조합된 거동특성을 복합적층모델로 제시하여 규명하고자 한다. 또한 T형 등 다양한 단면형상을 가진 슬래브를 고려하고, 모형체 실험등을 통한 계측결과와 구조해석결과를 비교함으로써 보다 신뢰할 수 있는 복합적층이론 적용방안을 제시해야 할 것이다.

<참 고 문 헌>

1. 이종득 (1999), “콘크리트 구조물의 응력

과 변형”, 도시출판 일광.

2. Reddy J.N. (1996), "Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis", CRC Press.
3. 천경식, 최회권, 장석운 (2003), 다양한 Serendipity 유한요소에 따른 복합적층판의 정적, 좌굴 및 자유진동해석 비교연구, 대한토목학회 논문집, 제23권, 5-A호, pp.901-909.
4. 천경식, 홍대기, 장석운 (2003), 삼각함수를 이용한 복합 적층보의 지그재그 모델, 대한토목학회 논문집, 제23권, 3-A호, pp.421-428.
5. 천경식, 지효선, 장석운 (2003), 복합신소재 박스거더교의 유효폭 산정, 한국강구조학회 학술발표대회 논문집, pp.166-171.
6. 건설교통부 (1999), “콘크리트 구조설계기준”.
7. 건설교통부 (1997), “도로설계기준 연구”.
8. 건설교통부 (1996), “도로교표준시방서”.
9. Whitney J.M. and Leissa A.W. (1970), Analysis of a simply supported laminated anisotropic rectangular plate, J AIAA, Vol.8, No.1, pp.28-33.
10. Timoshenko S.P. and Woinowskykrieger S. (1989), “Theory of Plates and Shells”, Second Edition, McGraw-Hill.
11. Shahawy M.A., Arockiasamy M., Beitelman T. and Sowrirajan R. (1996), Reinforced concrete rectangular beams strengthened with CFRP laminates, Composites: Part B, 28B, pp.225-233.
12. Craig R.J. (1987), Flexural behavior and design of reinforced fiber concrete members, Fiber Reinforced Concrete Properties and Applications, ACI SP-105-28, Detroit,

pp.517-563.

13. Zienkiewicz O.C. (1977), "The Finite Element Method", 3rd Edition, McGraw-Hill.
14. Cook R.D. (1981), "Concepts and Applications of Finite Element Analysis", 2nd Edition, Wiley, New-York.
15. Nilson A.H. and Winter G. (1986), "Design of Concrete Structures", 10th Edition, McGraw-Hill, New York.
16. LUSAS Manual (2002), Version 13.4, FEA Ltd.